

Katedra Informatyki i Automatyki
Politechniki Rzeszowskiej

Wykład

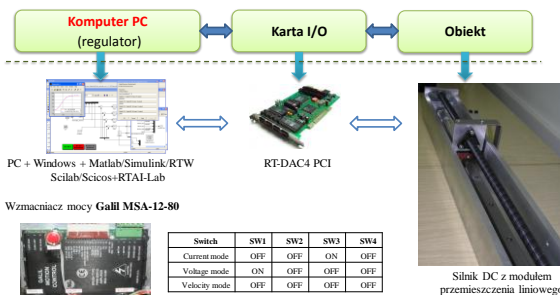
Studium przypadku – serwomechanizmy

1. Modele matematyczne
2. Praktyczne metody identyfikacji parametrów modeli
3. Struktury regulacji stosowane w przemysłowych serwomechanizmach
4. Praktyczne metody strojenia regulatorów PID dla serwomechanizmów

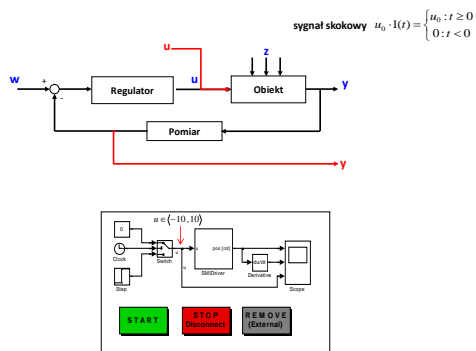
Żabiński Tomasz

Studium przypadku (case study) – silnik prądu stałego

Stanowisko laboratoryjne – system szybkiego prototypowania

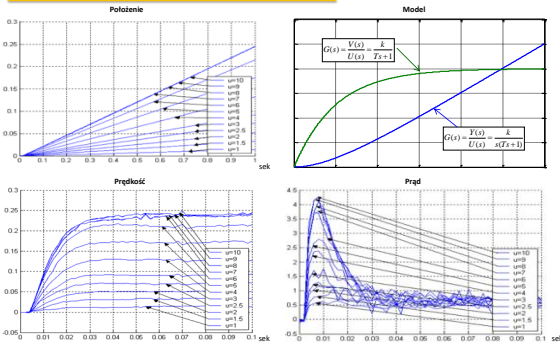


Eksperyment identyfikacyjny – układ otwarty



Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi - sterowany napięciowo

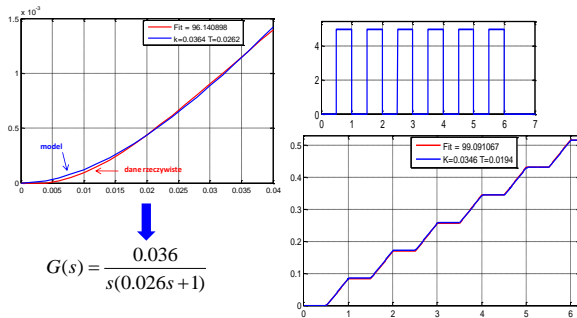
Odpowiedzi skokowe



Wyznaczenie parametrów

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{s(Ts+1)}$$

Y - położenie
 > k i T – wartości wstępne
 > **Isqcurvefit** (Matlab) – precyzyjne

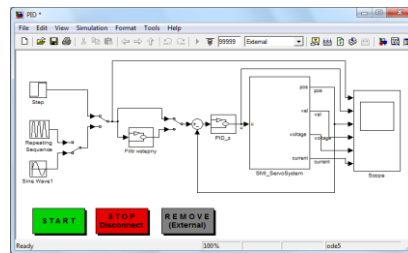


Regulator PID

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{s(Ts+1)}$$

> dane k, T, czas regulacji t_r , odp. aper. krytyczne
 > metoda linii pierwiastkowych

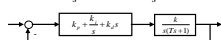
$$PID(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = k_r \frac{(s+z)(s+z_1)}{s} \Rightarrow k_p = \frac{12 t_r + 3T}{k t_r^2}, k_i = \frac{36}{k \cdot t_r^2}, k_d = \frac{12T}{k \cdot t_r}$$



Regulator PID - eksperymenty

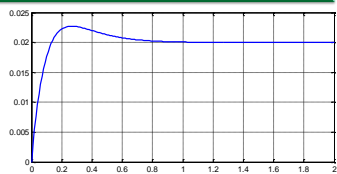
Matlab
 ts=0.8
 k=0.035;
 T=0.025;
 kp=12*(ts+3*T)/(k*ts^2) → 468.7
 ki=36/(k*ts^2) → 1607.1
 kd=12*T/(k*ts) → 10.7

Symulacja
 $PID(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = k_r \frac{(s+z)(s+z_1)}{s}$

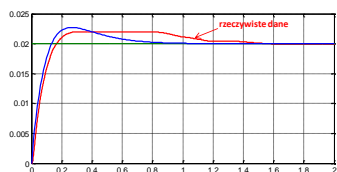


$$G_{c-1} = \frac{k(k_d s^2 + k_p s + k_i)}{Ts^3 + (1 + k k_d)s^2 + k k_p s + k k_i}$$

N=[k*kd k*kp k*ki]
 D=[T (1+k*kd) k*kp k*ki]
 t=0:0.01:2;
 y=0.02*step(N,D,t);
 plot(t,y),grid



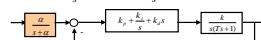
Rzeczywisty eksperyment



Regulator PID - eksperymenty

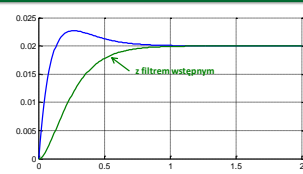
Matlab
 ts=0.8
 k=0.035;
 T=0.025;
 kp=12*(ts+3*T)/(k*ts^2) → 468.7
 ki=36/(k*ts^2) → 1607.1
 kd=12*T/(k*ts) → 10.7
 alpha=3/tr;

Symulacja - system z filtrem wstępnym
 $PID(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = k_r \frac{(s+z)(s+z_1)}{s}$

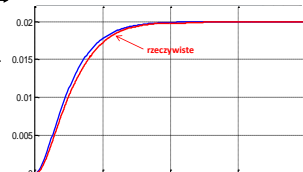


$$G_{c-1} = \frac{\alpha}{s + \alpha} \cdot \frac{k(k_d s^2 + k_p s + k_i)}{Ts^3 + (1 + k k_d)s^2 + k k_p s + k k_i}$$

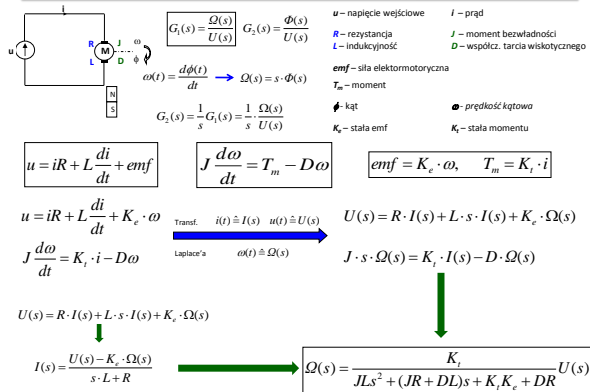
N=[k*kd k*kp k*ki]
 D=[T (1+k*kd) k*kp k*ki]
 N=alpha*N;
 D=conv(1 alpha,D);
 t=0:0.01:2;
 y=0.02*step(N,D,t);
 plot(t,y),grid



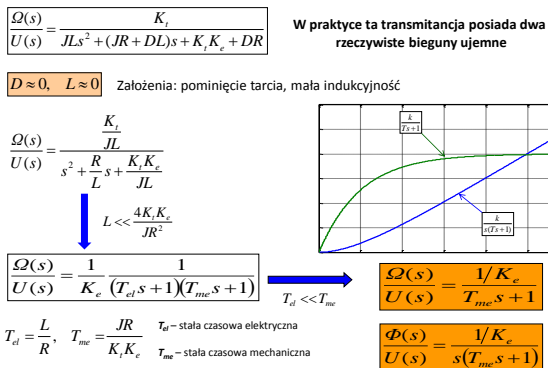
Rzeczywisty eksperyment



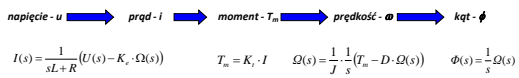
Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi - model



Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi - model



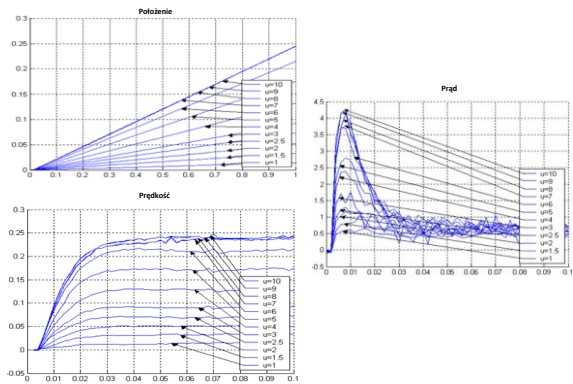
Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi – model Simulink



Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi – model Simulink

R=0.1;
 Kt=1;
 Ke=1;
 J=10;
 D=1;
 L=0.00005*4*Kt*Ke/(J*R^2);

Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi - sterowany napięciowo



Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi - sterowany prądowo

Model

prąd - i → moment - T_m → prędkość - ω → kąt - ϕ

$$F = m \cdot a, \quad T = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

Trans. Laplace'a → $G_1(s) = \frac{\Omega(s)}{I(s)} = \frac{k}{s}, \quad G(s)_2 = \frac{\Phi(s)}{I(s)} = \frac{k}{s^2}, \quad k = \frac{K_t}{J}$

"podwójny integrator" służy do modelowania napędów DC, AC i BLM (brush-less)

$$CC = PI = k_p + \frac{k_i}{s} \xrightarrow{\text{Projektowanie}} G(s) = \frac{I(s)}{U(s)}$$

Regulator prądu – projektowanie prosty przykład

$$CC = PI = k_p + \frac{k_i}{s} \xrightarrow{\text{Projektowanie}} G(s) = \frac{I(s)}{U(s)}$$

$$u = iR + L \frac{di}{dt} + K_e \cdot \omega \rightarrow \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_t}{JLs^2 + (JR + D)s + K_t K_e + DR} \xrightarrow{\substack{L \ll \frac{4K_t K_e}{R^2} \\ T_e \ll T_m}} \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K_t}{JR}}{s + \frac{K_t K_e}{JR}}$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = K_t \cdot i - D\omega \rightarrow \Omega(s) = \frac{K_t}{Js + D} I(s) \xrightarrow{D=0} I(s) = \frac{1}{R} \frac{s}{s + \frac{K_t K_e}{JR}}$$

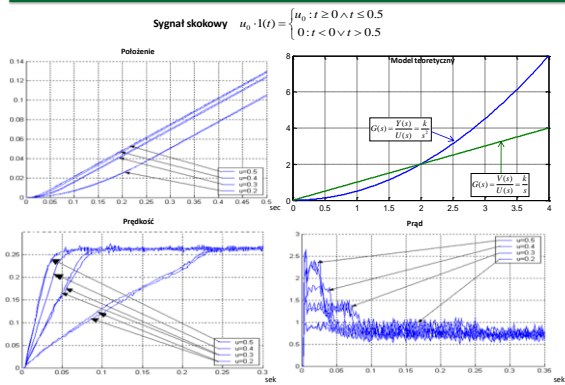
$$CC = PI = k_p + \frac{k_i}{s} = k_p \frac{s+z}{s}, \quad z = \frac{k_i}{k_p} \rightarrow k_p = R, \quad z = \frac{K_t K_e}{JR}$$

$$k_p = R, \quad k_i = \frac{K_t K_e}{J}$$

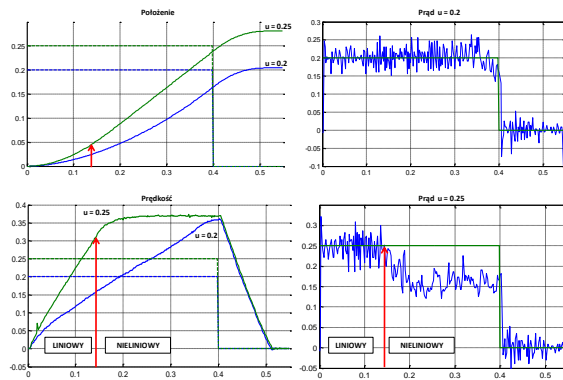
Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi – model Simulink

R=0.1;
 Kl=1;
 Ke=1;
 J=10;
 D=0.01;
 L=0.00005*4*Kt*Ke/(J*R^2);
 kp=R
 ki=Kt*Ke/J

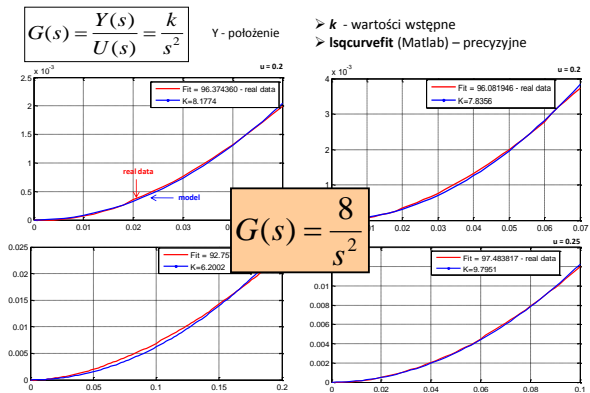
Rzeczywisty eksperyment odpowiedzi skokowej



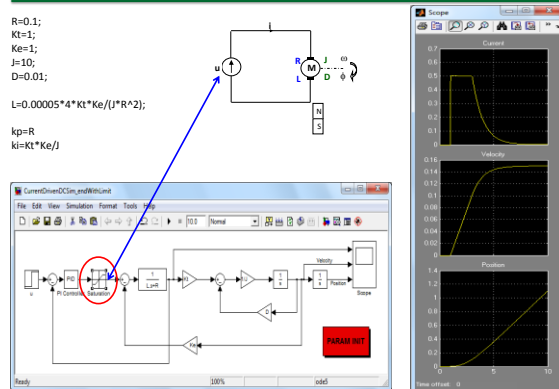
Rzeczywisty eksperyment odpowiedzi skokowej



Wyznaczenie parametrów transmitancji w zakresie liniowym



Bardziej realistyczny model - Simulink

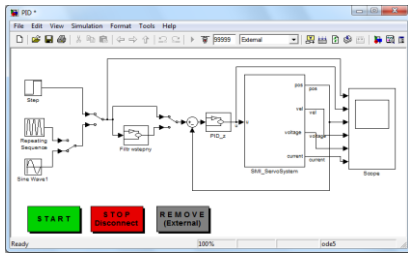


Regulator PID

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{s^2}$$

- dane k, czas regulacji t_r , odp. aper. krytyczne
- metoda linii pierwiastkowych

$$PID(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = k_r \frac{(s+z)^2}{s} \Rightarrow k_p = \frac{216}{k \cdot t_r^2}, \quad k_i = \frac{432}{k \cdot t_r^3}, \quad k_d = \frac{27}{k \cdot t_r}$$



Regulator PID - eksperymenty

Matlab

k=8

ts=0.5

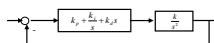
$k_p = 216/(k \cdot t_r^2) \rightarrow 108$

$k_i = 432/(k \cdot t_r^3) \rightarrow 432$

$k_d = 27/(k \cdot t_r) \rightarrow 6.75$

Symulacja

$$PID(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = k_r \frac{(s+z)^2}{s}$$



$$G_{c-i} = \frac{k(k_d s^2 + k_p s + k_i)}{s^3 + k(k_d s^2 + k_p s + k_i)}$$

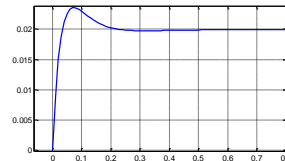
N=[k*kd k*kp k*ki]

D=[1 k*kd k*kp k*ki]

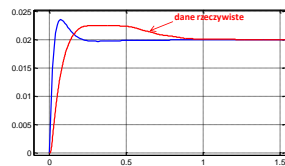
t=0:0.1:2;

y=0.02*step(N,D,1);

plot(t,y);grid



Rzeczywisty eksperyment



Regulator PID - eksperymenty

Matlab

k=8

ts=0.5

$k_p = 216/(k \cdot t_r^2) \rightarrow 108$

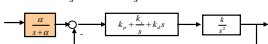
$k_i = 432/(k \cdot t_r^3) \rightarrow 432$

$k_d = 27/(k \cdot t_r) \rightarrow 6.75$

alpha=4/tr

Symulacja z filtrem wstępnym

$$PID(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = k_r \frac{(s+z)^2}{s}$$



$$G_{c-i} = \frac{\alpha}{s + \alpha} \cdot \frac{k(k_d s^2 + k_p s + k_i)}{s^3 + k(k_d s^2 + k_p s + k_i)}$$

N=[k*kd k*kp k*ki]

D=[1 k*kd k*kp k*ki]

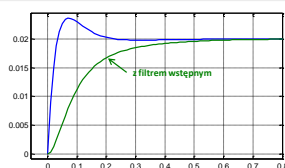
N=alpha*N;

D=conv([1 alpha],D);

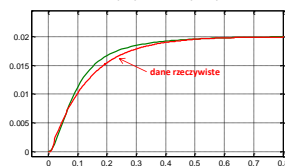
t=0:0.1:2;

y=0.02*step(N,D,1);

plot(t,y);grid

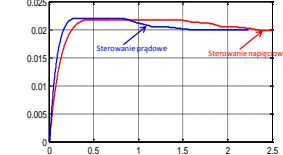


Eksperyment rzeczywisty

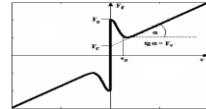


Regulator PID – bardziej realistyczny model tarcia

Eksperyment rzeczywisty



Statyczny model tarcia

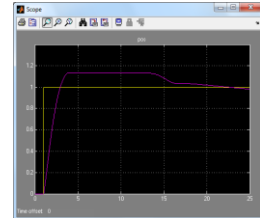
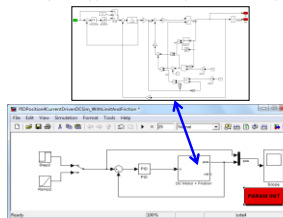


F_c – tarcie statyczne

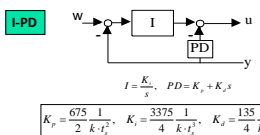
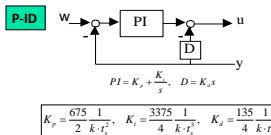
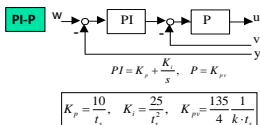
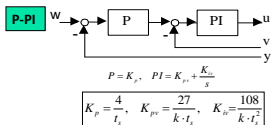
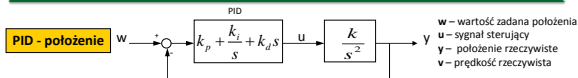
F_v – tarcie wiskozyczne

F_c – tarcie Kulomba

v_1 – prędkość Striebecka

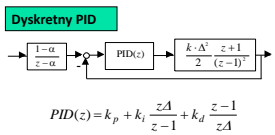


Struktury regulacji PID stosowane w serwomechanizmach

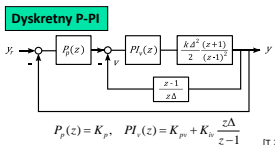


Regulatory PID – układy dyskretne

$G(s) = \frac{k}{s^2} \xrightarrow{\text{ZOH-Zero Order Hold}} G(z) = \frac{k\Delta^2}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)^2}, \Delta - \text{czas cyklu}$



- Strojenie**
- dane k , czas regulacji t_r, Δ $t_r > 45\Delta$
 - 1. $\alpha = 1 - \frac{4\Delta}{t_r}, K = 2.8(1 - \alpha)$
 - 2. $k_p = \frac{4K\alpha(1-\alpha)}{k\Delta^2}, k_i = \frac{2K(\alpha-1)^2}{k\Delta^3}, k_d = \frac{2K\alpha^2}{k\Delta}$

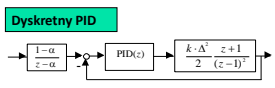


- Strojenie**
- 1. $\alpha = 1 - \frac{4\Delta}{t_r}, K = 2.8(1 - \alpha)$
 - 2. $k_p = \frac{1-\alpha}{\Delta\alpha}, k_{pv} = \frac{2K\alpha^2}{k\Delta}, k_{iv} = \frac{2K\alpha(1-\alpha)}{k\Delta^2}$

[T. Zabiński, L. Trybus, Tuning P-PI and PI-PI controllers for electrical servos, 2009]

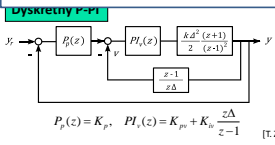
Regulatory PID – układy dyskretne

$G(s) = \frac{k}{s^2} \xrightarrow{\text{ZOH-Zero Order Hold}} G(z) = \frac{k\Delta^2}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)^2}, \Delta - \text{czas cyklu}$



- Strojenie**
- dane k , czas regulacji t_r, Δ $t_r > 45\Delta$

$t_r > 200 \cdot \Delta$ – nastawy wyliczone dla układu ciągłego mogą być bezpośrednio zastosowane w układzie dyskretnym



- Strojenie**
- 1. $\alpha = 1 - \frac{4\Delta}{t_r}, K = 2.8(1 - \alpha)$
 - 2. $k_p = \frac{1-\alpha}{\Delta\alpha}, k_{pv} = \frac{2K\alpha^2}{k\Delta}, k_{iv} = \frac{2K\alpha(1-\alpha)}{k\Delta^2}$

[T. Zabiński, L. Trybus, Tuning P-PI and PI-PI controllers for electrical servos, 2009]

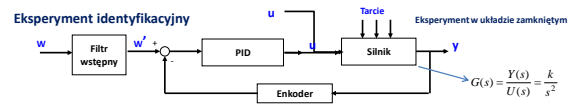


Przykłady

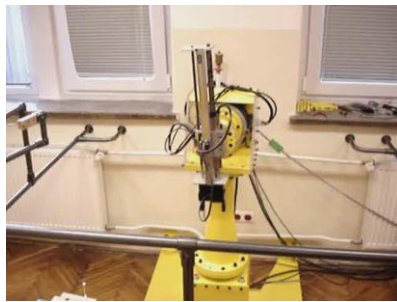
Napęd firmy Beckhoff – AX2500



Przykład rzeczywistego eksperymentu



Robot with Direct Drives - NSK Megatorque



Quadrotor + RTAI

