



Wykład

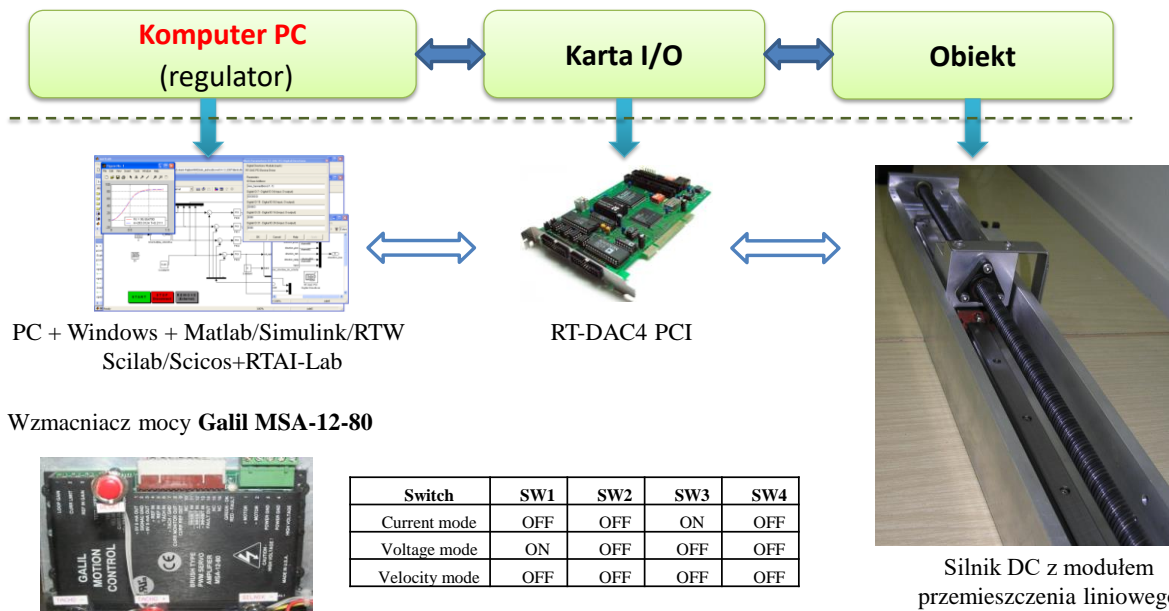
Studium przypadku – serwomechanizmy

1. Modele matematyczne
2. Praktyczne metody identyfikacji parametrów modeli
3. Struktury regulacji stosowane w przemysłowych serwomechanizmach
4. Praktyczne metody strojenia regulatorów PID dla serwomechanizmów

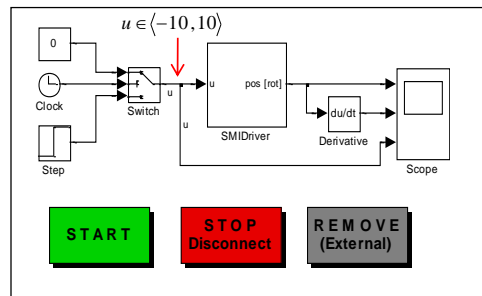
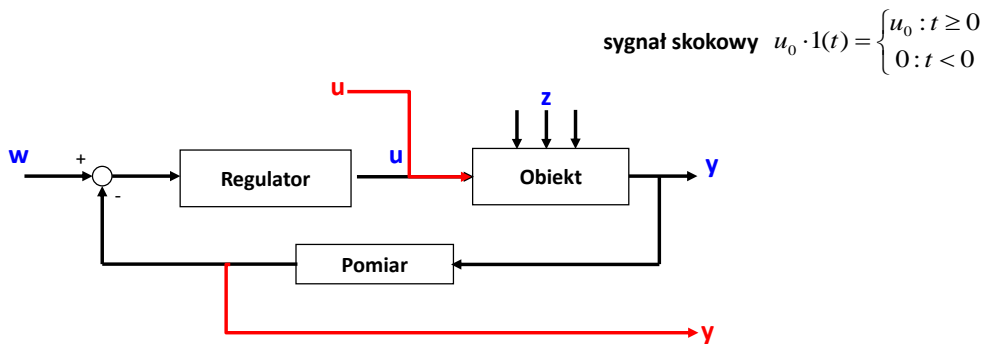
Żabiński Tomasz

Studium przypadku (case study) – silnik prądu stałego

Stanowisko laboratoryjne – system szybkiego prototypowania

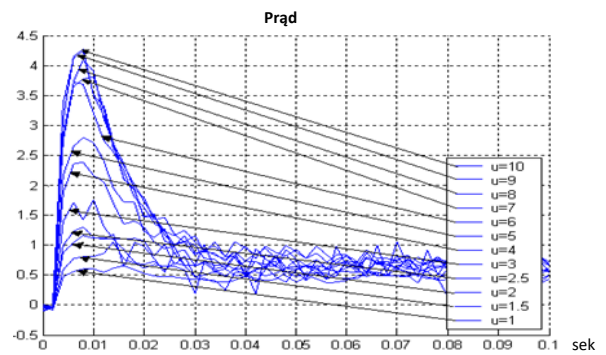
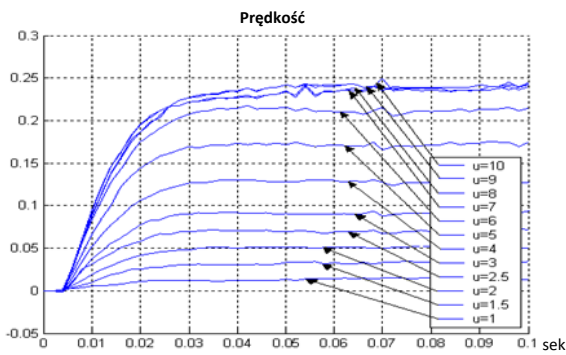
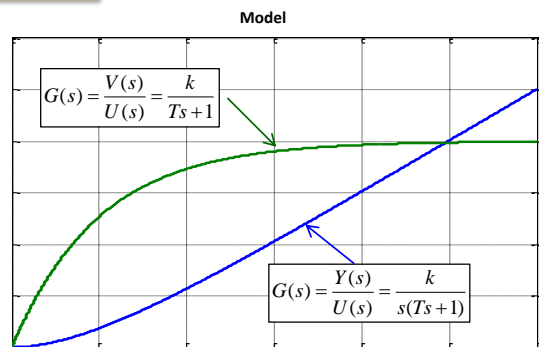
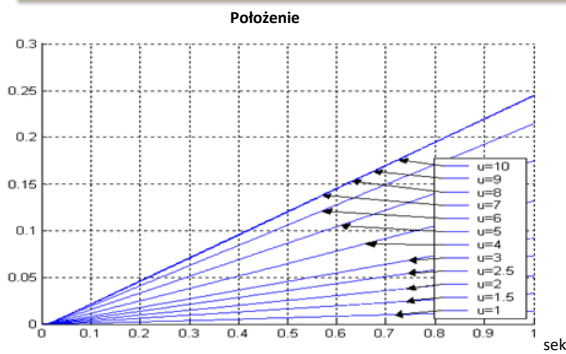


Eksperyment identyfikacyjny – układ otwarty



Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi - sterowany napięciowo

Odpowiedzi skokowe

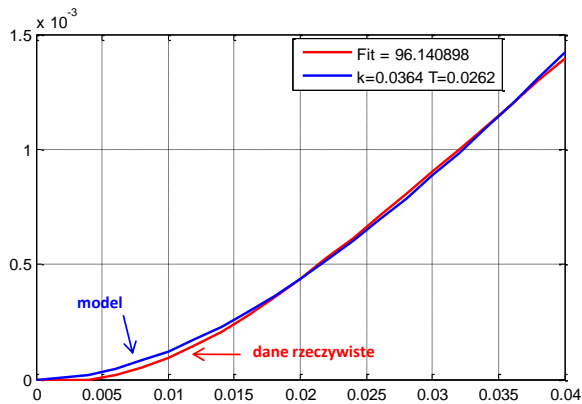


Wyznaczenie parametrów

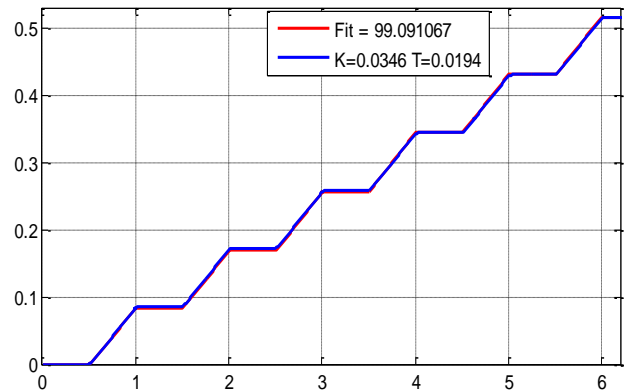
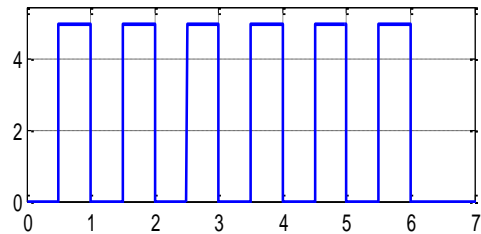
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{s(Ts + 1)}$$

Y - położenie

- k i T – wartości wstępne
- `lsqcurvefit` (Matlab) – precyzyjne



$$G(s) = \frac{0.036}{s(0.026s + 1)}$$

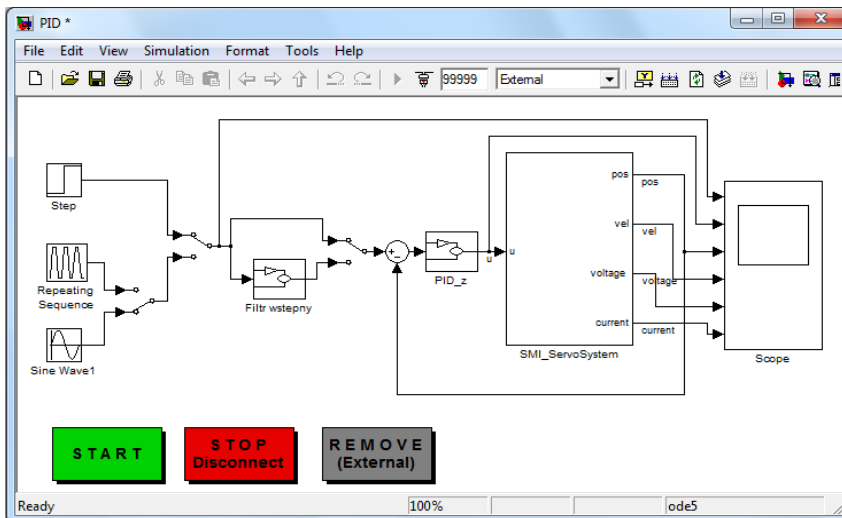


Regulator PID

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{s(Ts + 1)}$$

- dane k , T , czas regulacji t_r , odp. aper. krytyczne
- metoda linii pierwiastkowych

$$PID(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = k_r \frac{(s + z)(s + z_1)}{s} \quad \rightarrow \quad k_p = \frac{12 t_r + 3T}{k t_r^2}, \quad k_i = \frac{36}{k \cdot t_r^2}, \quad k_d = \frac{12T}{k \cdot t_r}$$



Regulator PID - eksperymenty

Matlab

ts=0.8

k=0.035;

T=0.025;

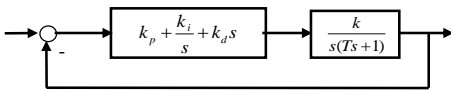
kp=12*(ts+3*T)/(k*ts^2) → **468.7**

ki=36/(k*ts^2) → **1607.1**

kd=12*T/(k*ts) → **10.7**

Symulacja

$$PID(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = k_r \frac{(s+z)(s+z_1)}{s}$$



$$G_{c-l} = \frac{k(k_d s^2 + k_p s + k_i)}{T s^3 + (1 + k k_d) s^2 + k k_p s + k k_i}$$

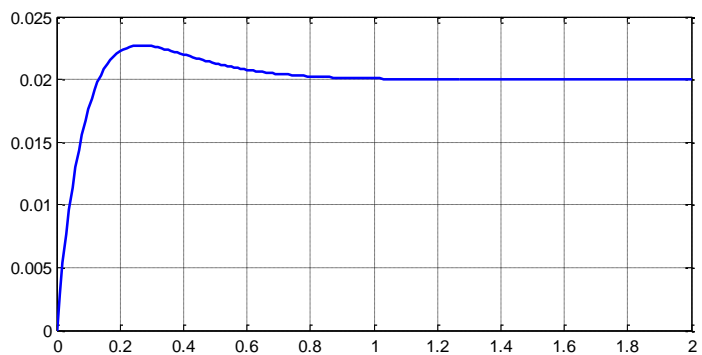
N=[k*kd k*kp k*ki]

D=[T (1+k*kd) k*kp k*ki]

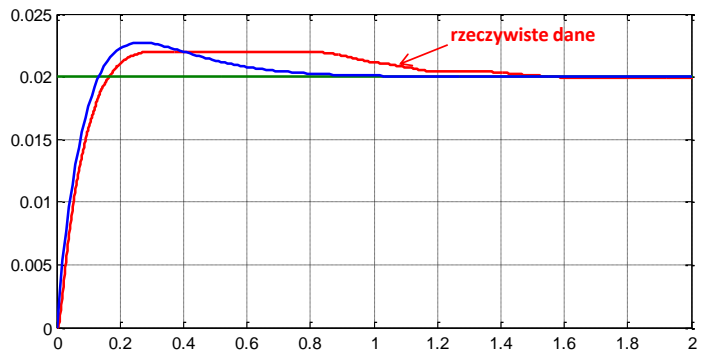
t=0:0.01:2;

y=0.02*step(N,D,t);

plot(t,y);grid



Rzeczywisty eksperyment



Regulator PID - eksperymenty

Matlab

ts=0.8

k=0.035;

T=0.025;

kp=12*(ts+3*T)/(k*ts^2) → **468.7**

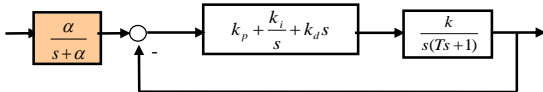
ki=36/(k*ts^2) → **1607.1**

kd=12*T/(k*ts) → **10.7**

alpha=3/tr;

Simulacja - system z filtrem wstępnym

$$PID(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = k_r \frac{(s+z)(s+z_1)}{s}$$



$$G_{c-l} = \frac{\alpha}{s + \alpha} \cdot \frac{k(k_d s^2 + k_p s + k_i)}{Ts^3 + (1 + k k_d)s^2 + k k_p s + k k_i}$$

N=[k*kd k*kp k*ki]

D=[T (1+k*kd) k*kp k*ki]

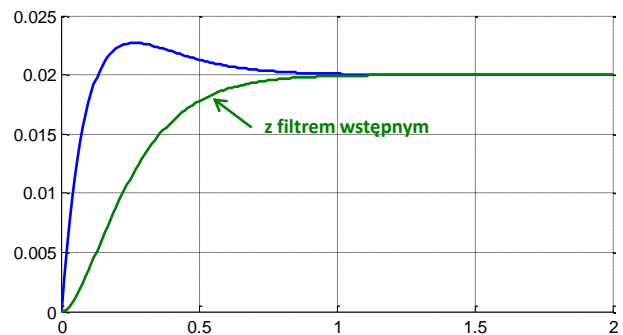
N=alpha*N;

D=conv([1 alpha],D);

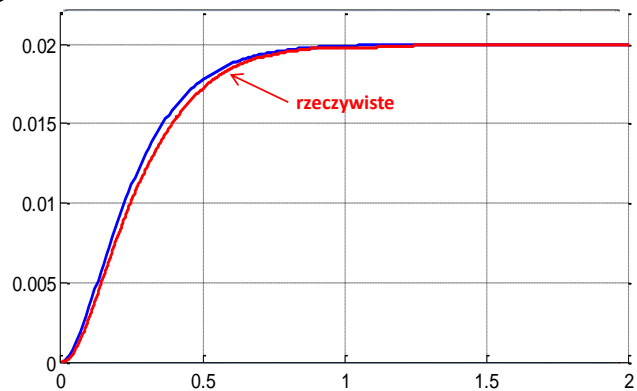
t=0:0.01:2;

y=0.02*step(N,D,t);

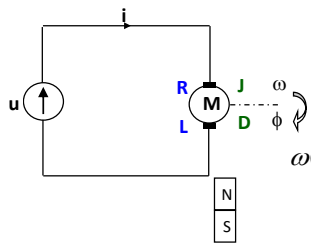
plot(t,y);grid



Rzeczywisty eksperyment



Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi - model



$$G_1(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} \quad G_2(s) = \frac{\Phi(s)}{U(s)}$$

$$\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \rightarrow \Omega(s) = s \cdot \Phi(s)$$

$$G_2(s) = \frac{1}{s} G_1(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{\Omega(s)}{U(s)}$$

u – napięcie wejściowe i – prąd

R – rezystancja
 L – indukcyjność

J – moment bezwładności
 D – współcz. tarcia wiskotycznego

emf – siła elektromotoryczna

T_m – moment

ϕ – kąt

ω – prędkość kątowa

K_e – stała emf

K_t – stała momentu

$$u = iR + L \frac{di}{dt} + emf$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_m - D\omega$$

$$emf = K_e \cdot \omega, \quad T_m = K_t \cdot i$$

$$u = iR + L \frac{di}{dt} + K_e \cdot \omega$$

Transf. $i(t) \hat{=} I(s) \quad u(t) \hat{=} U(s)$

$$U(s) = R \cdot I(s) + L \cdot s \cdot I(s) + K_e \cdot \Omega(s)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = K_t \cdot i - D\omega$$

Laplace'a $\omega(t) \hat{=} \Omega(s)$

$$J \cdot s \cdot \Omega(s) = K_t \cdot I(s) - D \cdot \Omega(s)$$

$$U(s) = R \cdot I(s) + L \cdot s \cdot I(s) + K_e \cdot \Omega(s)$$

$$I(s) = \frac{U(s) - K_e \cdot \Omega(s)}{s \cdot L + R}$$

$$\Omega(s) = \frac{K_t}{JLs^2 + (JR + DL)s + K_t K_e + DR} U(s)$$

Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi - model

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_t}{JLs^2 + (JR + DL)s + K_t K_e + DR}$$

W praktyce ta transmitancja posiada dwa rzeczywiste bieguny ujemne

$D \approx 0, L \approx 0$ Założenia: pominięcie tarcia, mała indukcyjność

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K_t}{JL}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{K_t K_e}{JL}}$$

↓

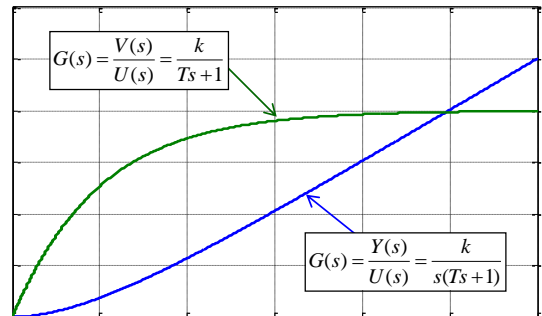
$$L \ll \frac{JR^2}{4K_t K_e}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{1}{K_e} \frac{1}{(T_{el}s + 1)(T_{me}s + 1)}$$

$T_{el} \ll T_{me}$

$$T_{el} = \frac{L}{R}, \quad T_{me} = \frac{JR}{K_t K_e}$$

T_{el} – stała czasowa elektryczna
 T_{me} – stała czasowa mechaniczna



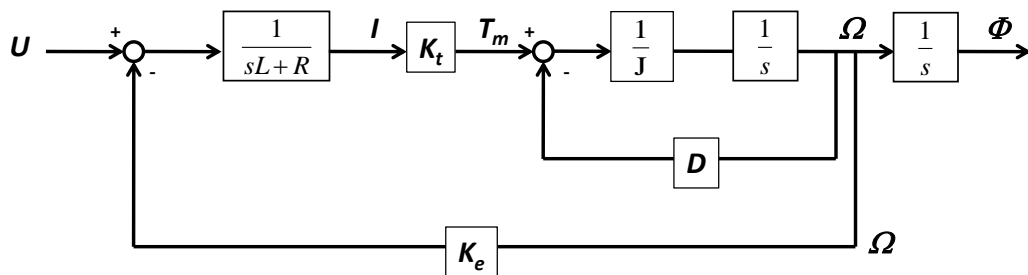
$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{1/K_e}{T_{me}s + 1}$$

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{1/K_e}{s(T_{me}s + 1)}$$

Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi – model Simulink

napięcie - u \longrightarrow prąd - i \longrightarrow moment - T_m \longrightarrow prędkość - ω \longrightarrow kąt - ϕ

$$I(s) = \frac{1}{sL+R}(U(s) - K_e \cdot \Omega(s)) \quad T_m = K_t \cdot I \quad \Omega(s) = \frac{1}{J} \cdot \frac{1}{s}(T_m - D \cdot \Omega(s)) \quad \Phi(s) = \frac{1}{s} \Omega(s)$$



Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi – model Simulink

$R=0.1;$

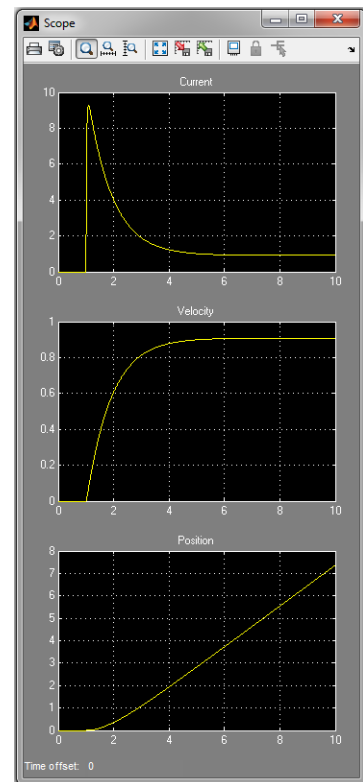
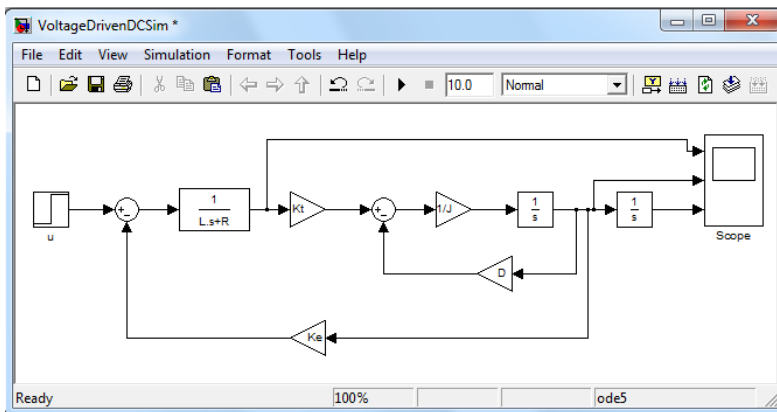
$K_t=1;$

$K_e=1;$

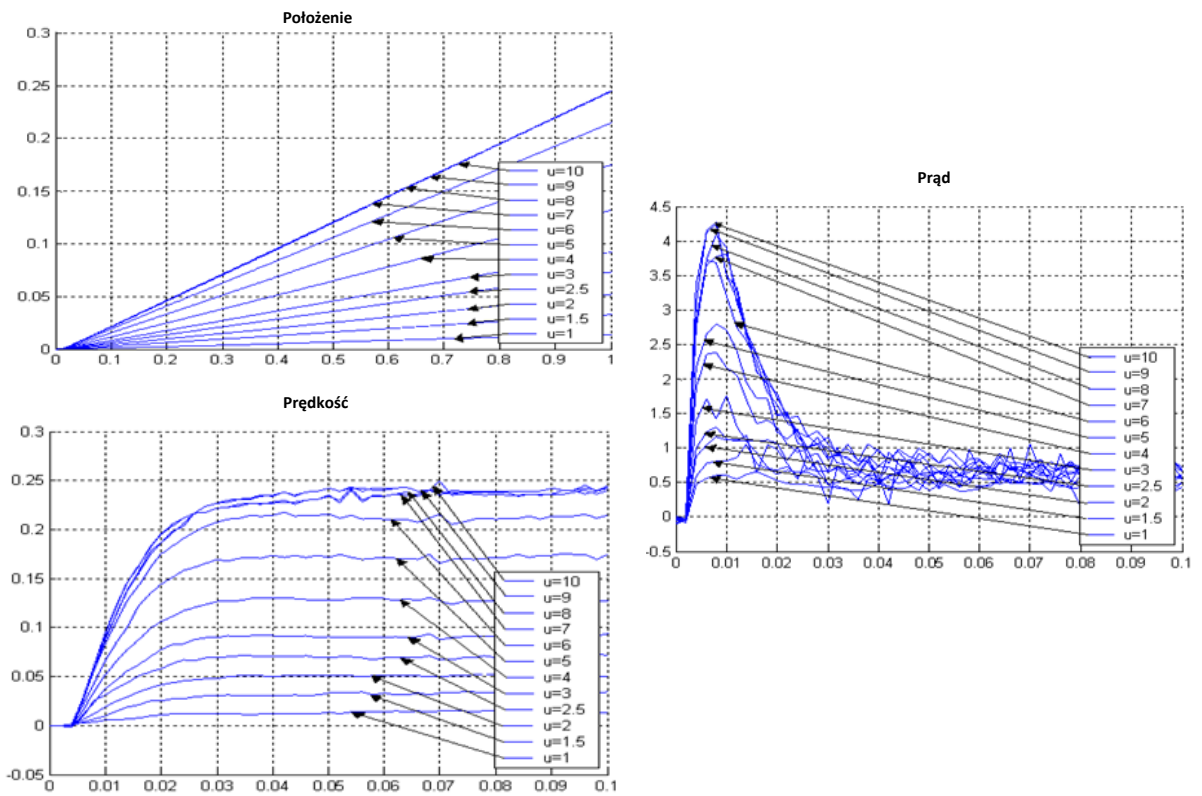
$J=10;$

$D=1;$

$L=0.1 * (J * R^2) / (4 * K_t * K_e);$



Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi - sterowany napięciowo



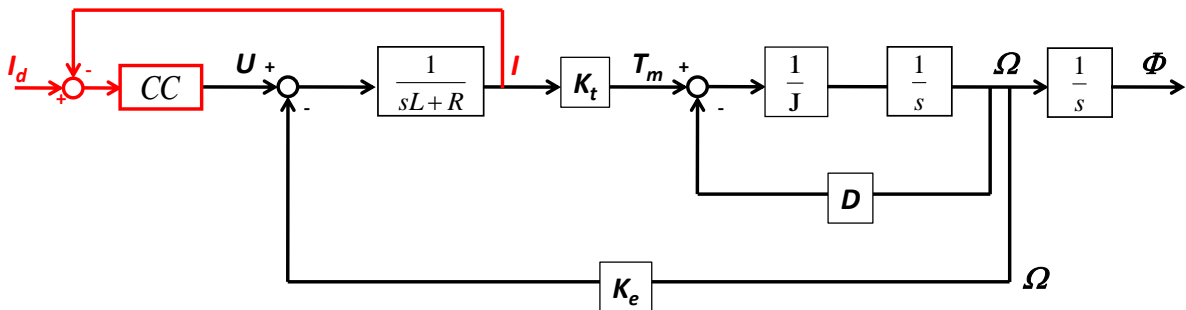
Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi - sterowany prądowo

Model

prąd - i → moment - T_m → prędkość - ω → kąt - ϕ

$$F = m \cdot a, \quad T = J \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad \xrightarrow[\text{Laplace'a}]{\text{Trans.}} \quad G_1(s) = \frac{\Omega(s)}{I(s)} = \frac{k}{s}, \quad G(s)_2 = \frac{\Phi(s)}{I(s)} = \frac{k}{s^2}, \quad k = \frac{K_t}{J}$$

“podwójny integrator” służy do modelowania napędów DC, AC i BLM (brush-less)



$$CC = PI = k_p + \frac{k_i}{s} \quad \xrightarrow{\text{Projektowanie}} \quad G(s) = \frac{I(s)}{U(s)}$$

Regulator prądu – projektowanie prosty przykład

$$CC = PI = k_p + \frac{k_i}{s} \xrightarrow{\text{Projektowanie}} G(s) = \frac{I(s)}{U(s)}$$

$$u = iR + L \frac{di}{dt} + K_e \cdot \omega \xrightarrow{\text{blue arrow}} \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_t}{JLs^2 + (JR + DL)s + K_t K_e + DR} \xrightarrow[\substack{L \ll \frac{JR^2}{4K_t K_e} \\ T_{el} \ll T_{me}}]{\text{blue arrow}} \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K_t}{JR}}{s + \frac{K_t K_e}{JR}}$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = K_t \cdot i - D\omega \xrightarrow{\text{blue arrow}} \Omega(s) = \frac{K_t}{Js + D} \cdot I(s) \xrightarrow[\substack{\text{green arrow} \\ D \approx 0}]{\text{green arrow}} \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1}{R} s}{s + \frac{K_t K_e}{JR}}$$

$$CC = PI = k_p + \frac{k_i}{s} = k_p \frac{s + z}{s}, \quad z = \frac{k_i}{k_p} \xrightarrow{\text{green arrow}} k_p = R, \quad z = \frac{K_t K_e}{JR}$$

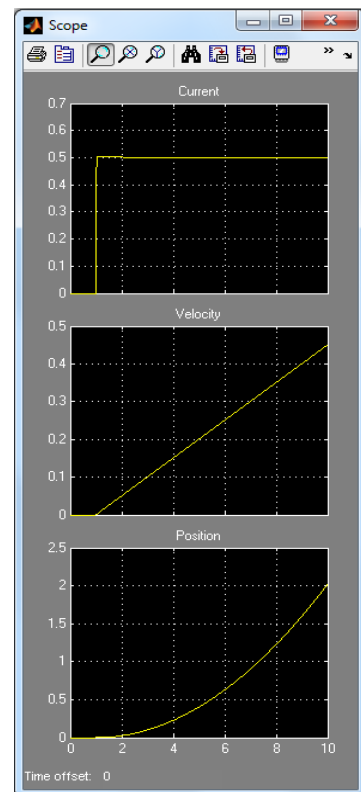
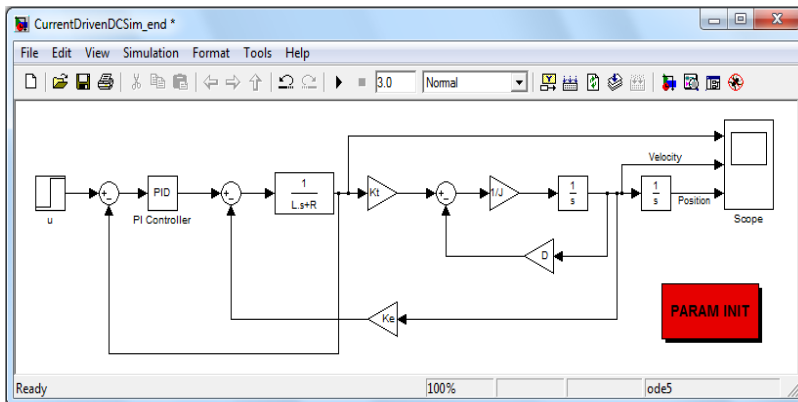
$$k_p = R, \quad k_i = \frac{K_t K_e}{J}$$

Silnik prądu stałego z magnesami trwałymi – model Simulink

$R=0.1;$
 $K_t=1;$
 $K_e=1;$
 $J=10;$
 $D=0.01;$

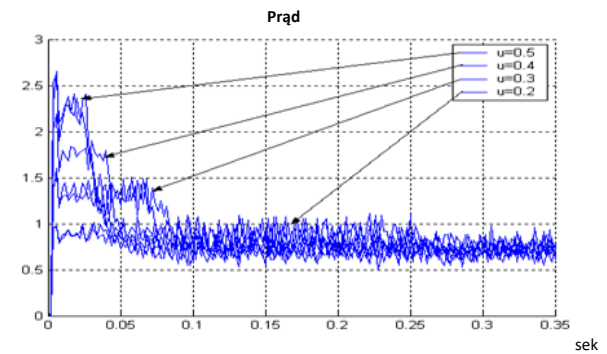
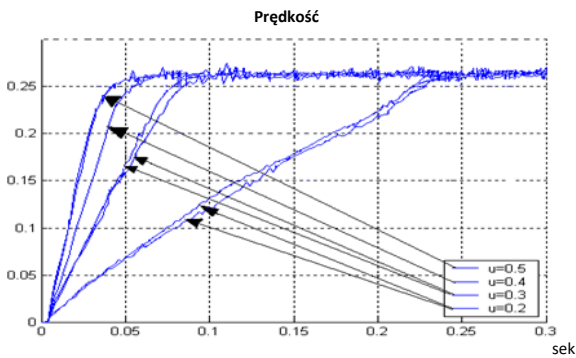
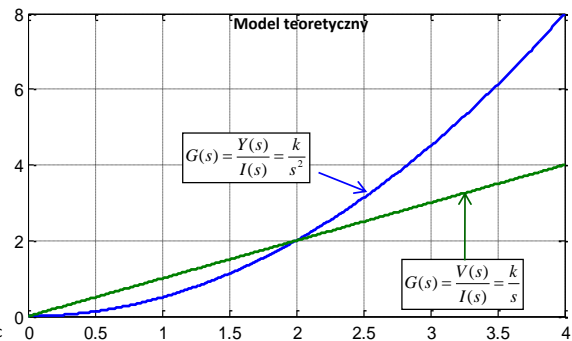
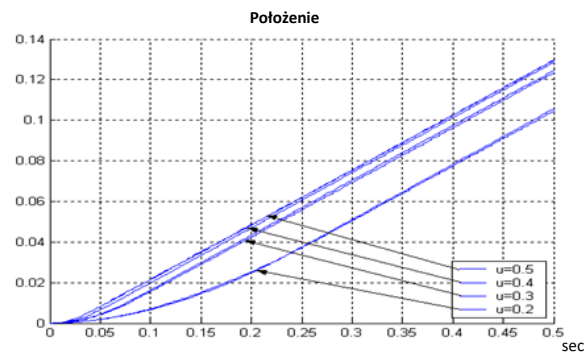
$$L=0.1 \cdot (J \cdot R^2) / (4 \cdot K_t \cdot K_e);$$

$k_p=R$
 $k_i=K_t \cdot K_e / J$

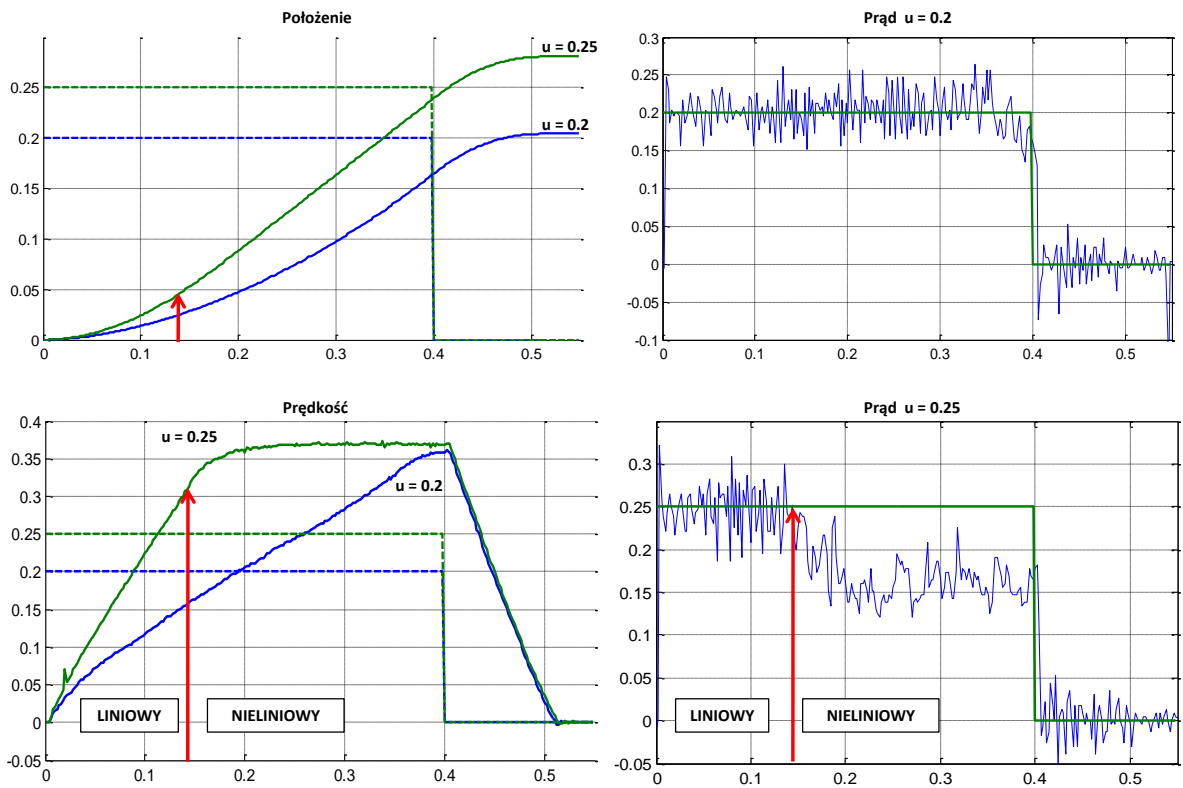


Rzeczywisty eksperyment odpowiedzi skokowej

$$\text{Sygnał skokowy } u_0 \cdot 1(t) = \begin{cases} u_0 : t \geq 0 \wedge t \leq 0.5 \\ 0 : t < 0 \vee t > 0.5 \end{cases}$$



Rzeczywisty eksperyment odpowiedzi skokowej

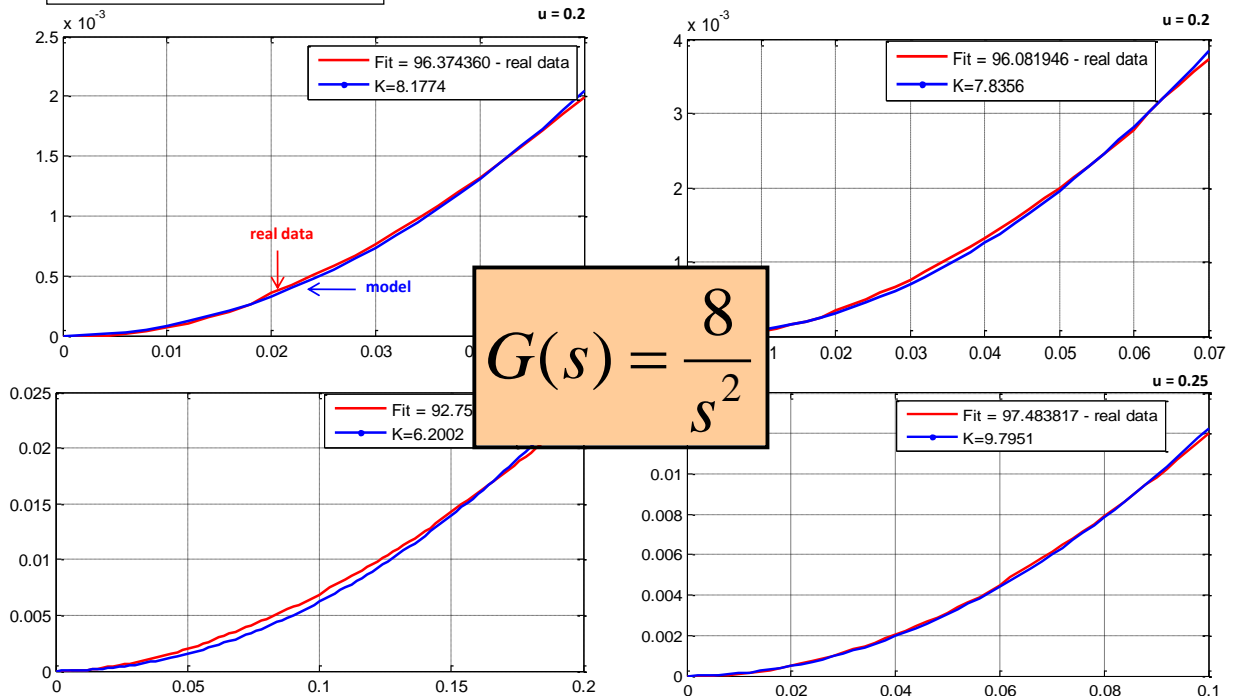


Wyznaczenie parametrów transmitancji w zakresie liniowym

$$G(s) = \frac{Y(s)}{I(s)} = \frac{k}{s^2}$$

Y - położenie

- k - wartości wstępne
- `lsqcurvefit` (Matlab) – precyzyjne

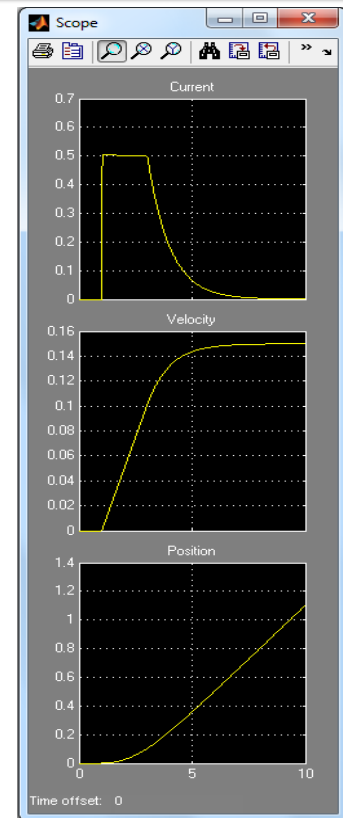
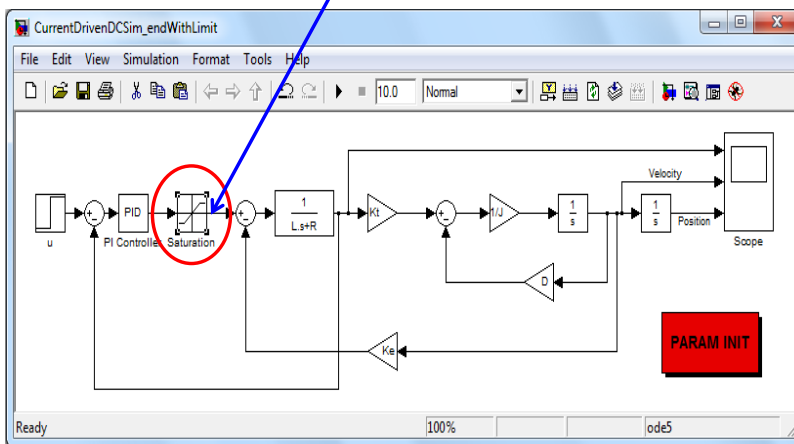
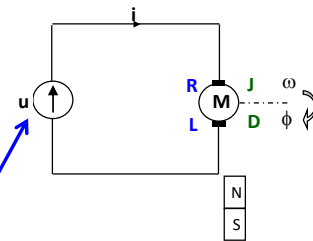


Bardziej realistyczny model - Simulink

R=0.1;
Kt=1;
Ke=1;
J=10;
D=0.01;

$L=0.1*(J*R^2)/(4*Kt*Ke)$;

kp=R
ki=Kt*Ke/J

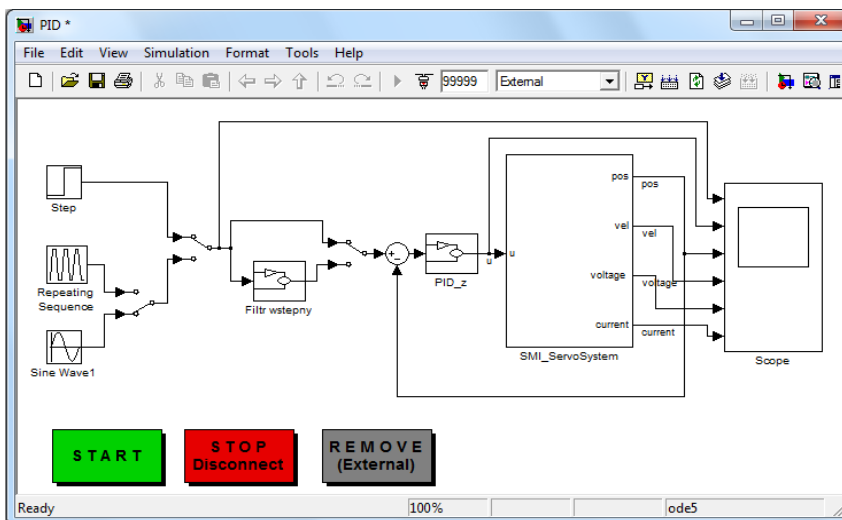


Regulator PID

$$G(s) = \frac{Y(s)}{I(s)} = \frac{k}{s^2}$$

- dane k , czas regulacji t_r , odp. aper. krytyczne
- metoda linii pierwiastkowych

$$PID(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = k_r \frac{(s+z)^2}{s} \quad \rightarrow \quad k_p = \frac{216}{k \cdot t_r^2}, \quad k_i = \frac{432}{k \cdot t_r^3}, \quad k_d = \frac{27}{k \cdot t_r}$$



Regulator PID - eksperymenty

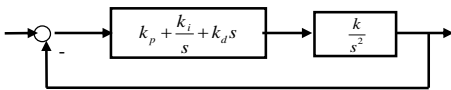
Matlab

k=8
ts=0.5

kp=216/(k*ts^2) → **108**
ki=432/(k*ts^3) → **432**
kd=27/(k*ts) → **6.75**

Symulacja

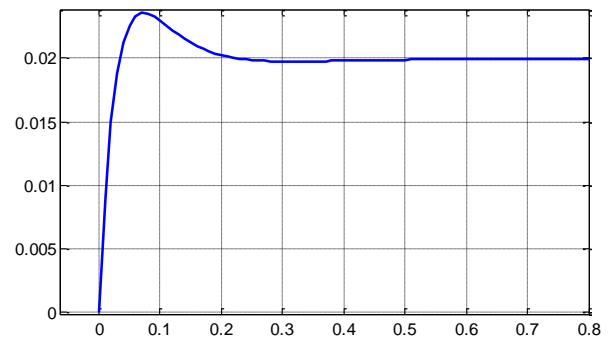
$$PID(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = k_r \frac{(s+z)^2}{s}$$



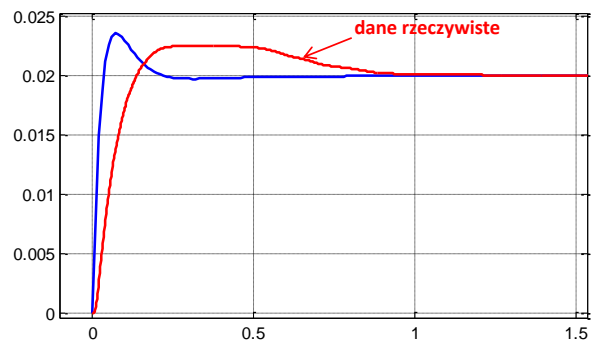
$$G_{c-l} = \frac{k(k_d s^2 + k_p s + k_i)}{s^3 + k(k_d s^2 + k_p s + k_i)}$$

N=[k*kd k*kp k*ki]
D=[1 k*kd k*kp k*ki]

t=0:0.01:2;
y=0.02*step(N,D,t);
plot(t,y);grid



Rzeczywisty eksperyment



Regulator PID - eksperymenty

Matlab

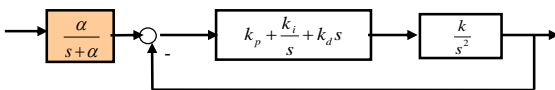
k=8
ts=0.5

kp=216/(k*ts^2) → 108
ki=432/(k*ts^3) → 432
kd=27/(k*ts) → 6.75

alpha=4/tr

Symulacja z filtrem wstępnym

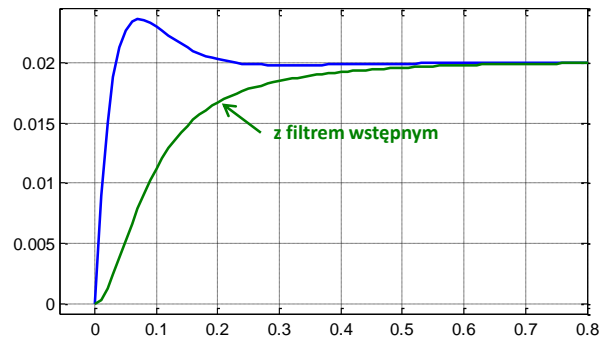
$$PID(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = k_r \frac{(s+z)^2}{s}$$



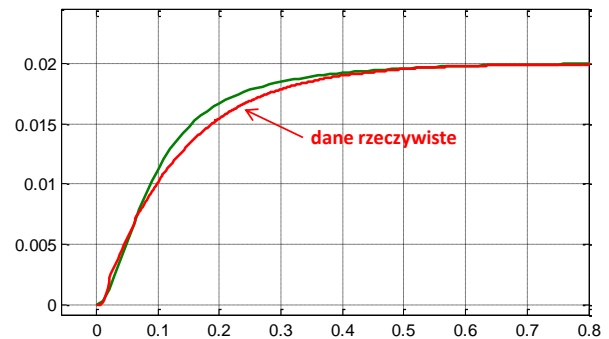
$$G_{c-l} = \frac{\alpha}{s+\alpha} \cdot \frac{k(k_d s^2 + k_p s + k_i)}{s^3 + k(k_d s^2 + k_p s + k_i)}$$

N=[k*kd k*kp k*ki]
D=[1 k*kd k*kp k*ki]
N=alpha*N;
D=conv([1 alpha],D);

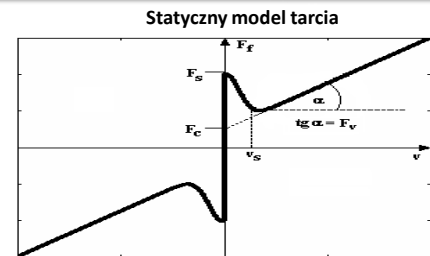
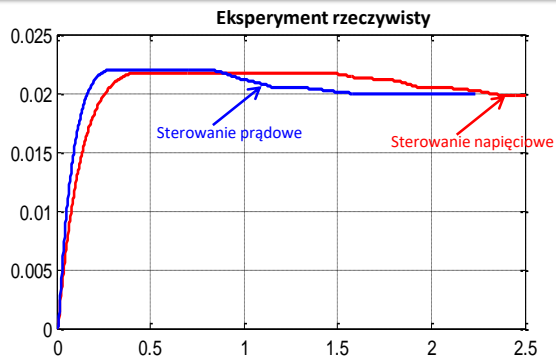
t=0:0.01:2;
y=0.02*step(N,D,t);
plot(t,y,t);grid



Eksperyment rzeczywisty

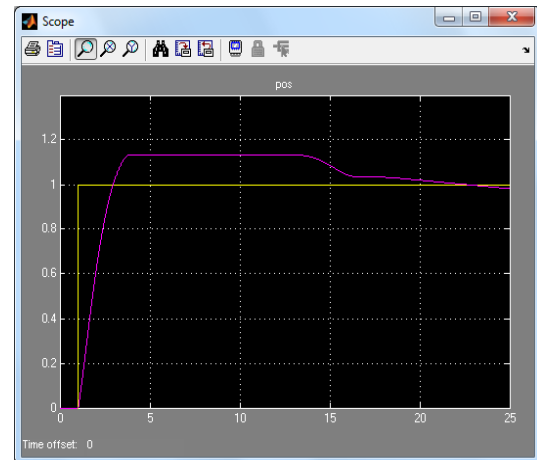
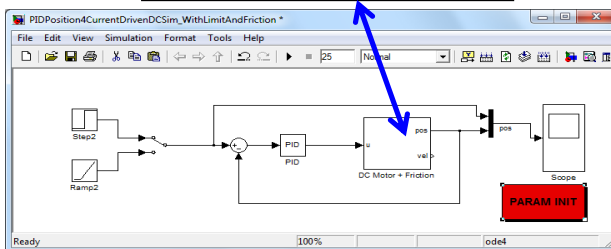
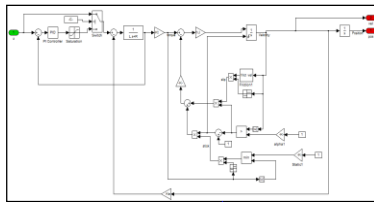


Regulator PID – bardziej realistyczny model tarcia

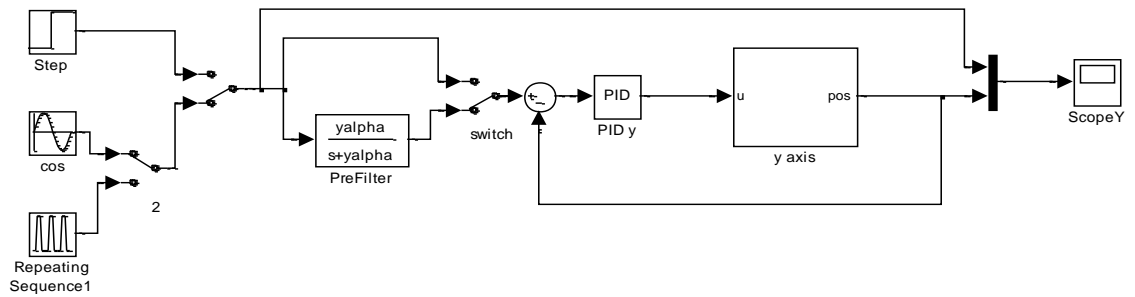
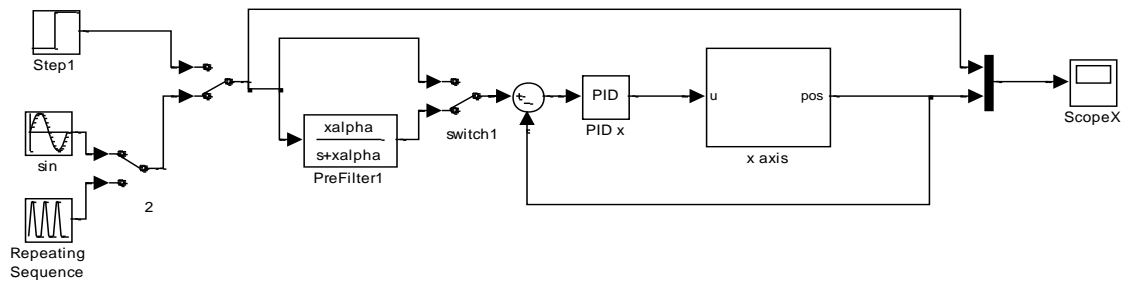


F_s – tarcie statyczne
 F_c – tacie Kulomba

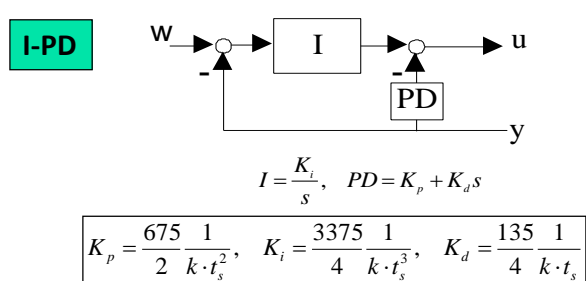
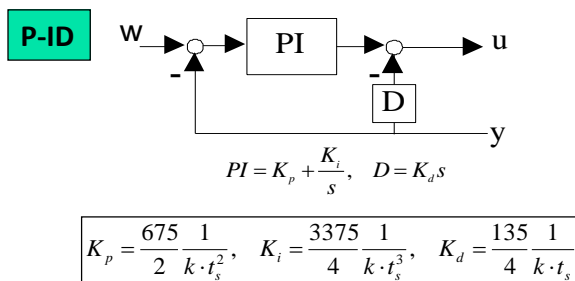
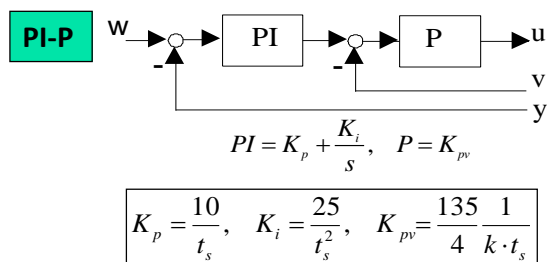
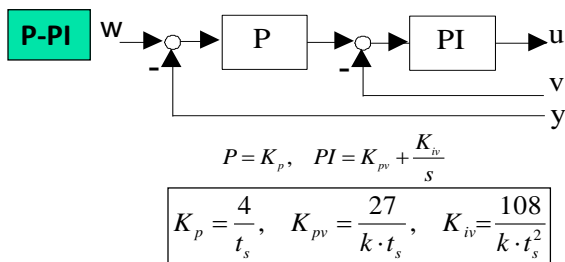
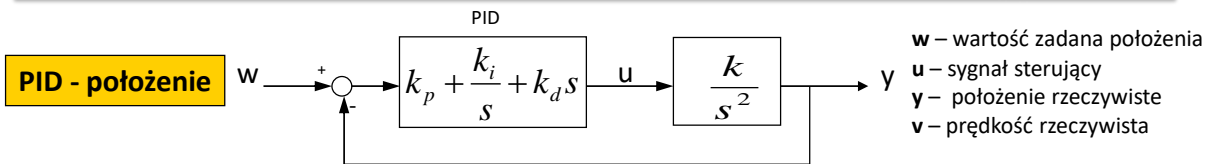
F_v – tarcie wiskotyczne
 v_s – prędkość Stribecka



Trajektorja 2D



Struktury regulacji PID stosowane w serwomechanizmach



Struktury regulacji PID stosowane w serwomechanizmach

Struktura regulacji	Przeregulowanie P%	Błąd ustalony pozycjonowania	Błąd ustalony dla śledzenia liniowo narastającego położenia
PID bez filtru wstępnego	około 20%	0	0
PID z filtrem wstępnym	0	0	const
P-PI	0	0	const
PI-P	około 20%	0	0
PI-D	około 20%	0	0
I-PD	0	0	const

Regulatory PID – układy dyskretne

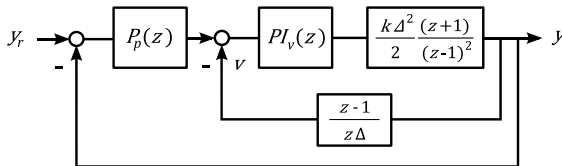
<p style="color: green; font-weight: bold; font-size: small;">Ciągły</p> $G(s) = \frac{k}{s^2}$	<p style="color: blue; font-weight: bold; font-size: small;">ZOH – Zero Order Hold</p>	<p style="color: green; font-weight: bold; font-size: small;">Dyskretny</p> $G(z) = \frac{k\Delta^2}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)^2}, \quad \Delta - \text{czas cyklu}$
---	--	--

Dyskretny PID



$$PID(z) = k_p + k_i \frac{z\Delta}{z-1} + k_d \frac{z-1}{z\Delta}$$

Dyskretny P-PI



$$P_p(z) = K_p, \quad PI_v(z) = K_{pv} + K_{iv} \frac{z\Delta}{z-1}$$

Strojenie

- dane k , czas regulacji t_r , Δ

$t_s > 45\Delta$

1. $\alpha = 1 - \frac{4\Delta}{t_s}, \quad K = 2.8(1 - \alpha)$
2. $k_p = \frac{4K\alpha(1-\alpha)}{k\Delta^2}, \quad k_i = \frac{2K(\alpha-1)^2}{k\Delta^3}, \quad k_d = \frac{2K\alpha^2}{k\Delta}$

Strojenie

1. $\alpha = 1 - \frac{4\Delta}{t_s}, \quad K = 2.8(1 - \alpha)$
2. $k_p = \frac{1-\alpha}{\Delta\alpha}, \quad k_{pv} = \frac{2K\alpha^2}{k\Delta}, \quad k_{iv} = \frac{2K\alpha(1-\alpha)}{k\Delta^2}$

[T. Żabiński, L. Trybus, *Tuning P-PI and PI-PI controllers for electrical servos*, 2009]

Regulatory PID – układy dyskretne

Ciągły
 $G(s) = \frac{k}{s^2}$
ZOH – Zero Order Hold
Dyskretny
 $G(z) = \frac{k\Delta^2}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)^2}, \quad \Delta - \text{czas cyklu}$

Dyskretny PID



Strojenie

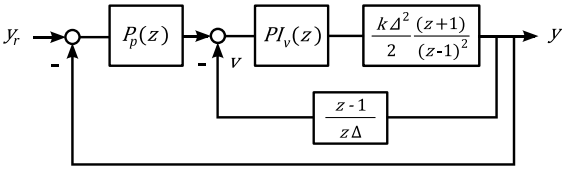
- dane k , czas regulacji t_r , Δ

$t_s > 45\Delta$

$t_r > 200 \cdot \Delta$

- nastawy wyliczone dla układu ciągłego mogą być bezpośrednio zastosowane w układzie dyskretnym

Dyskretny P-PI



$$P_p(z) = K_p, \quad PI_v(z) = K_{pv} + K_{iv} \frac{z\Delta}{z-1}$$

Strojenie

1. $\alpha = 1 - \frac{4\Delta}{t_s}, \quad K = 2.8(1 - \alpha)$
2. $k_p = \frac{1 - \alpha}{\Delta\alpha}, \quad k_{pv} = \frac{2K\alpha^2}{k\Delta}, \quad k_{iv} = \frac{2K\alpha(1 - \alpha)}{k\Delta^2}$

[T. Żabiński, L. Trybus, *Tuning P-PI and PI-PI controllers for electrical servos*, 2009]



Przykłady

Napęd firmy Beckhoff – AX2500

Drive - Oscilloscope 8 / FB 8 "DRIVE0"
File Communication Tools Edit View Window Service Help

Amplifier 8 / FB 8 "DRIVE0"
Basic Setup

Slot: Torque DPMODE: 2: Digital Torque

Analog I/O: Position Current

Digital I/O: Speed Feedback

RDD/SSI/Encoder: Resolver Motor

RDD: AM3013-0C00

Servo Drive Configuration Axis: NO S/W EN SW: Disable (F12) Enable (Shift+F12) Exit

Monitor 8 / FB 8 "DRIVE0"
Close

Analog Input 1	0 mV	Angle of Rotation	182.1 ^o mech
Analog Input 2	0 mV	Actual Speed	2071 (72) counts
I2t (Mean)	1 %	rpm	0
Effective Current	0.013 A	Setpoint Speed	3 rpm
Current D Component	0.016 A	Position	-8 incr.
Current Q Component	-0.024 A	Following Error	0 incr.
Bus Voltage	311 V	Reference Point	set
Regen Power	0 W		
Heat Sink Temperature	29 °C		
Internal Temperature	38 °C		

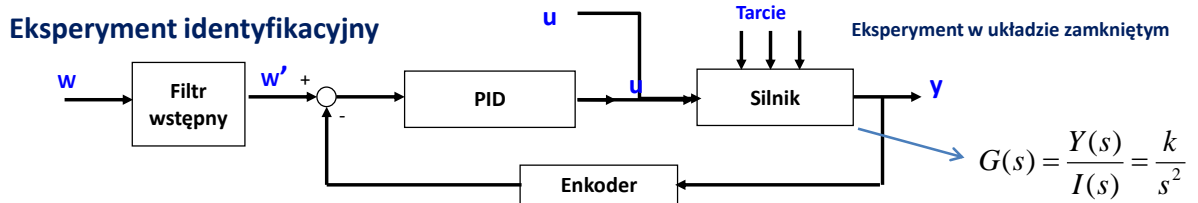
Oscilloscope 8 / FB 8 "DRIVE0"
Close

Recording		Resolution	Channel	Auto min-max	min.	max.	Trigger Signal	Trigger Level
Ready	normal	10 ms	F7	<input checked="" type="checkbox"/>	0	0	I_CMD	0.05
Start	Save	Time/Division	L_CMD	<input type="checkbox"/>	0	0	Trigger Position	Trigger Edge
Cancel	Load	10 ms	I_act	<input checked="" type="checkbox"/>	0	0	25 %	positive

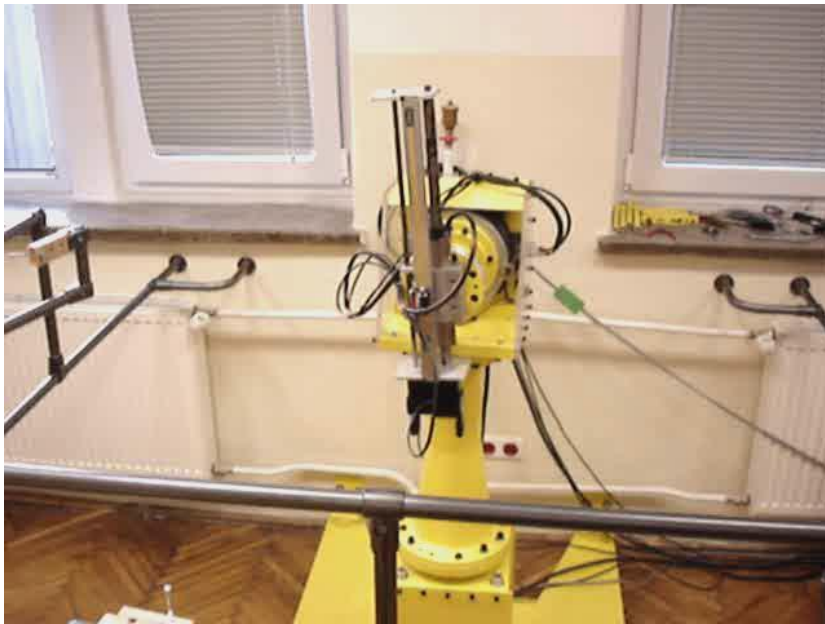
Service Parameters: Torque F7 Start Stop (F9) Mem. Refresh Default Settings Close

Online Connection OK NUM

Przykład rzeczywistego eksperymentu



Robot with Direct Drives - NSK Megatorque



Quadrotor

